Série 18 – anciennes questions d'examen

1) En 2D, le produit scalaire de deux vecteurs est défini par $\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2$. Montrez que $\vec{x} \cdot \vec{x} = 0$ si et seulement si $\vec{x} = (0, 0)$. Points ….. / 5

   OU

   En 2D, le produit scalaire de deux vecteurs est défini par $\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2$. Montrez que $\vec{x} \cdot (\vec{y} + \vec{z}) = \vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{x} \cdot \vec{z}$.

2) Calculez l'angle entre les vecteurs $\vec{x} = (1, 5, 2)$ et $\vec{y} = (-2, 1, 3)$ Points ….. / 5

3) Donnez l'expression matricielle du système d'équation suivant, puis résolvez le système d'équations à l'aide de la factorisation LU. Points ….. / 15
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_3 - x_1 = 6 \\ \frac{1}{2} x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

4) Soit le vecteur $\overrightarrow{b_1} = (2, 3)$. Trouvez une base génératrice orthogonale de $\mathbb{R}^2$ contenant ayant $\overrightarrow{b_1}$ comme premier vecteur de base et $\overrightarrow{b_2}$ un vecteur orthogonal à $\overrightarrow{b_1}$ et de norme 1. Points ….. / 10
   Convertissez ensuite le vecteur donné en base canonique $\vec{x} = (1, 3)_C$ dans la base $B = \{\overrightarrow{b_1}, \overrightarrow{b_2}\}$ trouvée précédemment.

5) Donnez l'équation du plan passant par le point $A = (1, 1, 1)$ et qui est orthogonal au vecteur $\vec{x} = (1, -1, 3)$. Le point $B = (0, 3, 2)$ est-il dans le plan ? Points ….. / 5